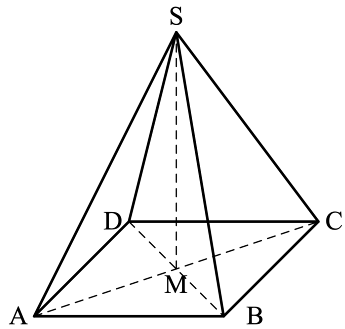
Räumliche Geometrie

Funktionale Abhängigkeiten I

Aufgabe 1



1.0 Das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 6 cm ist die Grundfläche einer 8 cm hohen Pyramide ABCDS. Die Sitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M.

1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS wobei die Strecke [AB] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt B liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie das Maß ε des Neigungswinkels der Seite BCS zur Grundfläche.

1.2 Verlängert man die Seiten [AB] und [CD] über die beiden Eckpunkte hinaus um jeweils x cm und verkürzt gleichzeitig die Höhe um x cm ($x \in [0;8[$; $x \in \mathbb{R}_0^+$), so entstehen neue Pyramiden $A_nB_nC_nD_nS_n$ mit dem Rechteck $A_nB_nC_nD_n$ als Grundfläche.
Zeichnen Sie die Pyramide $A_1B_1C_1D_1S_1$ für $x = 2$ in das Schrägbild aus 1.1.

1.3 Erstellen Sie einen Term für das Volumen V(x) der Pyramiden $A_nB_nC_nD_nS_n$ in Abhängigkeit von x und vereinfachen Sie diesen so weit wie möglich.

1.4 Berechnen Sie, für welchen Wert von x das Volumen der Pyramide $A_2B_2C_2D_2S_2$ 25 % mehr beträgt als das der ursprünglichen Pyramide ABCDS, wenn für das Volumen der Pyramiden $A_nB_nC_nD_nS_n$ allgemein gilt:

$$V(x) = (-4x^2 + 20x + 96)\ \text{cm}^3?$$

1.5 Unter den Pyramiden $A_nB_nC_nD_nS_n$ besitzt die Pyramide $A_3B_3C_3D_3S_3$ ein maximales Volumen. Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide $A_3B_3C_3D_3S_3$ und den zugehörigen Wert für x.

1.6 Berechnen Sie die Oberfläche der ursprünglichen Pyramide ABCDS.